

1

$\frac{\pi}{12} \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ とする。

次の問いに答えよ。

(1) $t = \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$ とおく。 t のとり得る値の範囲を求めよ。

(2) a を正の定数とする。

$$y = \tan^2 \theta + \frac{1}{\tan^2 \theta} - a \left(\tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} \right)$$

のとり得る値の範囲を求めよ。

2

A, B, C のいずれかの状態をとる粒子があり、その状態は次のように変化していく。

(イ) 状態 A であるとき、

1 秒後に状態 A, 状態 B である確率はともに $\frac{1}{2}$ である。

(ロ) 状態 B であるとき、

1 秒後に状態 B である確率は $\frac{1}{3}$ であり、状態 C である確率は $\frac{2}{3}$ である。

(ハ) 状態 C となったときは、その後は変化なく C の状態が続く。

粒子は最初状態 A であるとし、

n 秒後に状態 A, 状態 B, 状態 C である確率をそれぞれ P_n, Q_n, R_n とする。

次の問いに答えよ。ただし、 m, n は自然数とする。

(1) R_n を求めよ。

(2) 異なる m, n で $Q_m = Q_n$ となることはあるか。

(3) $P_m = Q_n$ となることはあるか。

3

2 次の多項式 $f(x)$ の係数はいずれも負でない整数であり、 $f(1)=15, f(2)=33$ であるとする。

さらに、自然数 n に対して $f(1)+f(2)+\dots+f(n)$ はつねに n で割り切れるものとする。

このような $f(x)$ をすべて求めよ。

4

関数 $f(x), g(x), h(x), k(x)$ を次のように定める。

$$f(x) = \cos x + (x+1)\sin x + 1$$

$$g(x) = (\pi - x)\{x^2 - (2 + 2\pi)x + 1 + 2\pi + \pi^2\}$$

$$h(x) = \frac{g(x) - |g(x)|}{2}$$

$$k(x) = \frac{f(x) + |f(x)|}{2} + h(x)$$

- (1) 関数 $f(x)$ の値の増減を $0 \leq x \leq \frac{11}{6}\pi$ において調べ、グラフの概形をかけ。
- (2) 関数 $h(x)$ の値の増減を $0 \leq x \leq \frac{11}{6}\pi$ において調べ、グラフの概形をかけ。
- (3) x が $0 \leq x \leq \frac{11}{6}\pi$ の範囲を動くとき、 $k(x)$ の最大値と最小値、
およびそれらをとる x の値を求めよ。